Изображение выглядит как эмблема, символ, герб, нашивка

Автоматически созданное описание

|  |
| --- |
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  высшего образования  **"МИРЭА - Российский технологический университет"**  **РТУ МИРЭА** |

**Институт** Информационных Технологий

**Кафедра** Вычислительной Техники

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3**

**по дисциплине**

**«Теория принятия решений»**

**Метод анализа иерархий**

Студент группы:ИКБО-04-22 \_\_Кликушин В.И.\_\_\_\_\_\_ *(Ф. И.О. студента)*

Преподаватель \_\_Железняк Л.М.\_\_

*(Ф.И.О. преподавателя)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Москва 2024

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc160372529)

[1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ 4](#_Toc160372530)

[1.1 Постановка задачи 4](#_Toc160372531)

[1.2 Представление проблемы в виде иерархии 4](#_Toc160372532)

[1.3 Установка приоритетов критериев 5](#_Toc160372533)

[1.4 Синтез приоритетов 6](#_Toc160372534)

[1.5 Согласованность локальных приоритетов 14](#_Toc160372535)

[1.6 Синтез альтернатив 21](#_Toc160372536)

[1.7 Вывод 22](#_Toc160372537)

[1.8 Результаты работы программы 23](#_Toc160372538)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 26](#_Toc160372539)

[СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ 27](#_Toc160372540)

[ПРИЛОЖЕНИЯ 28](#_Toc160372541)

ВВЕДЕНИЕ

Метод анализа иерархии заключается в иерархическом представлении задачи. Метод имеет три этапа:

1. Представление задачи в виде иерархической структуры (сети).
2. Оценка приоритетов (весов) критериев с учётом их места в иерархии относительной важности.
3. Выбор лучшей альтернативы по значениям её характеристик и важности критериев.

1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

## **1.1 Постановка задачи**

Задача практической работы: выбрать лучший технический ВУЗ.

## **1.2 Представление проблемы в виде иерархии**

Первый этап – представление проблемы в виде иерархии или сети. В простейшем случае, иерархия строится, начиная с цели, которая помещается в вершину иерархии. Через промежуточные уровни, на которых располагаются критерии и от которых зависят последующие уровни, к самому низкому уровню, который содержит перечень альтернатив.

Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня является критерием для всех элементов нижнего уровня

*Изображение выглядит как диаграмма, линия, Технический чертеж, План

Автоматически созданное описание*

**Рисунок 1 – Полная доминантная иерархия.**

Критерии:

К 1 – проходной балл (+);

К 2 – количество бюджетных мест (-);

К 3 – стоимость обучения (+);

К 4 – рейтинг университета (баллы) (+);

К 5 – расстояние до общежития (км) (-).

Альтернативы:

А 1 – МГТУ имени Н.Э. Баумана;

А 2 – ВШЭ;

А 3 – МАИ;

А 4 – НИЯУ МИФИ;

А 5 – МФТИ.

## **1.3 Установка приоритетов критериев**

После иерархического представления задачи установлены приоритеты критериев и оценена каждая из альтернатив по критериям, определена наиболее важная их них. В методе анализа иерархий элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Парные сравнения приводят к записи характеристик сравнений в виде квадратной таблицы чисел, которая называется матрицей. Для облегчения работы введена шкала относительной важности (Таблица 1.3.1).

*Таблица 1.3.1 – Шкала относительной важности.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Интенсивность  относительной  важности | Определение | Объяснение |
| 1 | Равная важность | Равный вклад двух критериев в цель. |
| 3 | Слабое превосходство | Дают легкое превосходство одной альтернативы над другой |
| 5 | Умеренное превосходство | Опыт и суждения дают умеренное превосходство |

*Продолжение таблицы 1.3.1*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | Сильное превосходство | Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение. |
| 9 | Абсолютное превосходство | Очевидность превосходства одного критерия над другим |
| 2,4,6,8 | Промежуточные решения между двумя соседними суждениями | Применяется в компромиссных случаях |

Шкала содержит соответствующие обратные значения.

## **1.4 Синтез приоритетов**

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решений. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше. Составлена обратно симметричная матрица для парного сравнения критериев (Таблица 1.4.1).

*Таблица 1.4.1 – Матрица парного сравнения критериев.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Цель | К 1 | К 2 | К 3 | К 4 | К 5 | Vi | W2i |
| К 1 | 1 | 2 | 2 | 1/2 | 4 | 1.516 | 0.245 |
| К 2 | 1/2 | 1 | 2 | 1/5 | 2 | 0.833 | 0.135 |
| К 3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 1/8 | 2 | 0.574 | 0.093 |
| К 4 | 2 | 5 | 8 | 1 | 2 | 2.759 | 0.446 |
| К 5 | 1/4 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1 | 0.5 | 0.081 |
| ∑Vi | | | | | | 6.182 |

Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти геометрическое среднее и с этой целью перемножить n элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни n-й степени (размерность матрицы n=5).

Строка № 1

V1=(1\*2\*2\*1/2\*4)1/5 =1.516;

Строка № 2

V2=(1/2\*1\*2\*1/5\*2)1/5 = 0.833;

Строка № 3

V3=(1/2\*1/2\*1\*1/8\*2)1/5 = 0.574;

Строка № 4

V4=(2\*5\*8\*1\*2)1/5 =2.759;

Строка № 5

V5=(1/4\*1/2\*1/2\*1/2\*1)1/5 =0.5.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑Vi.

∑Vi = V1 + V2 + V3 + V4 + V5 = 1.516 + 0.833 + 0.574 + 2.759 + 0.5 = 6.182.

Найдена важность приоритетов W2i, для этого каждое из чисел Vi разделено на ∑Vi.

***Строка № 1***

W21= 1.516/ ∑Vi = 0.245 = Y21;

***Строка № 2***

W22= 0.833 / ∑Vi = 0.135 = Y22;

***Строка № 3***

W23= 0.574 / ∑Vi = 0.093 = Y23;

***Строка № 4***

W24= 2.759 / ∑Vi = 0.446 = Y24;

***Строка № 5***

W25= 0.5 / ∑Vi = 0.081 = Y25.

В результате получен вектор приоритетов:

W2i = (Y21=0.245; Y22=0.135; Y23=0.093; Y24=0.446; Y25=0.081), где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии.

К 1 – проходной балл (Таблица 1.4.2);

*Таблица 1.4.2 – Матрица сравнения по критерию 1.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К1 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | VК1Y | W3К1Y |
| А1 | 1 | 1/2 | 8 | 1/4 | 2 | 1.149 | 0.188 |
| А2 | 2 | 1 | 6 | 1/2 | 2 | 1.644 | 0.269 |
| А3 | 1/8 | 1/6 | 1 | 1/5 | 1/6 | 0.213 | 0.035 |
| А4 | 4 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2.639 | 0.432 |
| А5 | 1/2 | 1/2 | 1/6 | 1/2 | 1 | 0.461 | 0.075 |
| ∑VК1Y | | | | | | 6.053 |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

VК11=(1\*1/2\*8\*1/4\*2)1/5=1.149;

Строка № 2

VК12=(2\*1\*6\*1/2\*2)1/5=1.644;

Строка № 3

VК13=(1/8\*1/6\*1\*1/5\*1/6)1/5=0.213;

Строка № 4

VК14=(4\*2\*8\*1\*2)1/5=2.639;

Строка № 5

VК15=(1/2\*1/2\*1/6\*1/2\*1)1/5=0.461.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK1Y.

∑VК1Y = VК11 + VК12 + VК13 + VК14 + VК15 = 1.149 + 1.644 + 0.213 + 2.639 + 0.461 = 6.106.

Найдена важность приоритетов W3К1Y, для этого каждое из чисел VK1Y разделено на ∑VK1Y.

Строка № 1

W3К11= 1.149 / ∑Vi = 1.149 / 6.106 = 0.188;

Строка № 2

W3К12= 1.644 / ∑Vi = 1.644 / 6.106 = 0.269;

Строка № 3

W3К13= 0.213 / ∑Vi = 0.213 / 6.106 = 0.035;

Строка № 4

W3К14= 2.639 / ∑Vi = 2.639 / 6.106 = 0.432;

Строка № 5

W3К15= 0.461 / ∑Vi = 0.461 / 6.106 = 0.075;

В результате получаем вектор приоритетов:

W3К1Y = (Y311=0.188; Y312=0.269; Y313=0.035; Y314=0.432; Y315=0.075),

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К1.

К 2 – количество бюджетных мест (Таблица 1.4.3):

*Таблица 1.4.3 – Матрица сравнения по критерию 2.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К2 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | VК2Y | W3К2Y |
| А1 | 1 | 5 | 1/6 | 1/5 | 1/5 | 0.507 | 0.074 |
| А2 | 1/5 | 1 | 1/8 | 1/5 | 1/4 | 0.263 | 0.038 |
| А3 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 2.862 | 0.415 |
| А4 | 5 | 5 | 1/2 | 1 | 1/2 | 1.443 | 0.209 |
| А5 | 5 | 4 | 1/2 | 2 | 1 | 1.821 | 0.264 |
| ∑VК2Y | | | | | | 6.896 |  |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

VК21=(1\*5\*1/6\*1/5\*1/5)1/5=0.507;

Строка № 2

VК22=(1/5\*1\*1/8\*1/5\*1/4)1/5=0.263;

Строка № 3

VК23=(6\*8\*1\*2\*2)1/5=2.862;

Строка № 4

VК24=(5\*5\*1/2\*1\*1/2)1/5=1.443;

Строка № 5

VК25=(5\*4\*1/2\*2\*1)1/5=1.821.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK2Y.

∑VК2Y = VК21 + VК22 + VК23 + VК24 + VК25 = 0.507 + 0.263 + 2.862 + 1.443 + 1.821 = 6.896.

Найдена важность приоритетов W3К2Y, для этого каждое из чисел VK2Y разделено на ∑VK2Y.

Строка № 1

W3К21= 0.507 / ∑Vi = 0.507 / 6.896 = 0.074;

Строка № 2

W3К22= 0.263 / ∑Vi = 0.263 / 6.896 = 0.038;

Строка № 3

W3К23= 2.862 / ∑Vi = 2.862 / 6.896 = 0.415;

Строка № 4

W3К24= 1.443 / ∑Vi = 1.443 / 6.896 = 0.209;

Строка № 5

W3К25= 1.821 / ∑Vi = 1.821 / 6.896 = 0.264.

В результате получаем вектор приоритетов:

W3К2Y = (Y321=0.074; Y322=0.038; Y323=0.415; Y324=0.209; Y325=0.264),

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К2.

К 3 – стоимость обучения (Таблица 1.4.4):

*Таблица 1.4.4 – Матрица сравнения по критерию 3.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К3 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | VК3Y | W3К3Y |
| А1 | 1 | 1/8 | 4 | 4 | 1/4 | 0.871 | 0.107 |
| А2 | 8 | 1 | 9 | 8 | 4 | 4.704 | 0.578 |
| А3 | 1/4 | 1/9 | 1 | 1/2 | 1/5 | 0.308 | 0.038 |
| А4 | 1/4 | 1/8 | 2 | 1 | 1/4 | 0.435 | 0.053 |
| А5 | 4 | 1/4 | 5 | 4 | 1 | 1.821 | 0.224 |
| VК35 | | | | | | 8.139 |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

VК31=(1\*1/8\*4\*4\*1/4)1/5= 0.871;

Строка № 2

VК32=(8\*1\*9\*8\*4)1/5= 4.704;

Строка № 3

VК33=(1/4\*1/9\*1\*1/2\*1/5)1/5= 0.308;

Строка № 4

VК34=(1/4\*1/8\*2\*1\*1/4)1/5= 0.435;

Строка № 5

VК35=(4\*1/4\*5\*4\*1)1/5=1.821.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK3Y.

∑VК3Y = VК31 + VК32 + VК33 + VК34 + VК35 = 0.871 + 4.704 + 0.308 + 0.435 + 1.821 = 8.139.

Найдена важность приоритетов W3К2Y, для этого каждое из чисел VK2Y разделено на ∑VK2Y.

Строка № 1

W3К31= 0.871 / ∑Vi = 0.871 / 8.139 = 0.107;

Строка № 2

W3К32= 4.704/ ∑Vi = 4.704 / 8.139 = 0.578;

Строка № 3

W3К33= 0.308 / ∑Vi = 0.308 / 8.139 = 0.038;

Строка № 4

W3К34= 0.435 / ∑Vi = 0.435 / 8.139 = 0.053;

Строка № 5

W3К35= 1.821 / ∑Vi = 1.821 / 8.139 = 0.224.

В результате получаем вектор приоритетов:

W3К3Y = (Y331=0.107; Y332=0.578; Y333=0.038; Y334=0.053; Y335=0.224),

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К3.

К 4 – рейтинг университета (Таблица 1.4.5);

*Таблица 1.4.5 – Матрица сравнения по критерию 4.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К4 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | VК4Y | W3К4Y |
| А1 | 1 | 4 | 8 | 1/2 | 1 | 1.741 | 0.261 |
| А2 | 1/4 | 1 | 4 | 1/3 | 1/3 | 0.644 | 0.097 |
| А3 | 1/8 | 1/4 | 1 | 1/8 | 1/8 | 0.218 | 0.033 |
| А4 | 2 | 3 | 8 | 1 | 1 | 2.169 | 0.326 |
| А5 | 1 | 3 | 8 | 1 | 1 | 1.888 | 0.283 |
| ∑VК4Y | | | | | | 6.66 |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

VК41=(1\*4\*8\*1/2\*1)1/5 = 1.741;

Строка № 2

VК42=(1/4\*1\*4\*1/3\*1/3)1/5 = 0.644;

Строка № 3

VК43=(1/8\*1/4\*1\*1/8\*1/8)1/5 = 0.218;

Строка № 4

VК44=(2\*3\*8\*1\*1)1/5 = 2.169;

Строка № 5

VК45=(1\*3\*8\*1\*1)1/5 = 1.888.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK4Y.

∑VК4Y = VК41 + VК42 + VК43 + VК44 + VК45 = 1.741 + 0.644 + 0.218 + 2.169 + 1.888 = 6.66.

Найдена важность приоритетов W3К4Y, для этого каждое из чисел VK4Y разделено на ∑VK4Y.

Строка № 1

W3К41= 1.741/ ∑Vi = 1.741 / 6.66 = 0.261;

Строка № 2

W3К42= 0.644/ ∑Vi = 0.644 / 6.66 = 0.097;

Строка № 3

W3К43= 0.218/ ∑Vi = 0.218 / 6.66 = 0.033;

Строка № 4

W3К44= 2.169/ ∑Vi = 2.169 / 6.66 = 0.326;

Строка № 5

W3К45= 1.888/ ∑Vi = 1.888 / 6.66 = 0.283.

В результате получаем вектор приоритетов:

W3К4Y = (Y341=0.261; Y342=0.097; Y343=0.033; Y344=0.326; Y345=0.283),

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К4.

К 5 – Расстояние до общежития (Таблица 1.4.6).

*Таблица 1.4.6 – Матрица сравнения по критерию 5.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К5 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | VК5Y | W3К5Y |
| А1 | 1 | 5 | 8 | 9 | 2 | 3.728 | 0.47 |
| А2 | 1/5 | 1 | 4 | 5 | 1/3 | 1.059 | 0.134 |
| А3 | 1/8 | 1/4 | 1 | 2 | 1/8 | 0.379 | 0.048 |
| А4 | 1/9 | 1/5 | 1/2 | 1 | 1/8 | 0.268 | 0.034 |
| А5 | 1/2 | 3 | 8 | 8 | 1 | 2.491 | 0.314 |
| ∑VК5Y | | | | | | 7.925 |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

VК51=(1\*5\*8\*9\*2)1/5 =3.728;

Строка № 2

VК52=(1/5\*1\*4\*5\*1/3)1/5 =1.059;

Строка № 3

VК53=(1/8\*1/4\*1\*2\*1/8)1/5 =0.379;

Строка № 4

VК54=(1/9\*1/5\*1/2\*1\*1/8)1/5 =0.268;

Строка № 5

VК55=(1/2\*3\*8\*8\*1)1/5 =2.491.

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK5Y.

∑VК5Y = VК51 + VК52 + VК53 + VК54 + VК55 = 3.728 + 1.059 + 0.379 + 0.268 + 2.491 = 7.925.

Найдена важность приоритетов W3К5Y, для этого каждое из чисел VK5Y разделено на ∑VK5Y.

Строка № 1

W3К51= 3.728/ ∑Vi = 0.47;

Строка № 2

W3К52= 1.059/ ∑Vi = 0.134;

Строка № 3

W3К53= 0.379/ ∑Vi = 0.048;

Строка № 4

W3К54= 0.268/ ∑Vi = 0.034;

Строка № 5

W3К55= 2.491/ ∑Vi = 0.314.

В результате получаем вектор приоритетов:

W3К5Y = (Y351=0.47; Y352=0.134; Y353=0.048; Y354=0.034; Y355=0.314),

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К5.

## **1.5 Согласованность локальных приоритетов**

Любая матрица суждений в общем случае не согласована, так как суждения отражают субъективные мнения ЛПР, а сравнение элементов, которые имеют количественные эквиваленты, может быть несогласованным из-за присутствия погрешности при проведении измерений. Совершенной согласованности парных сравнений даже в идеальном случае на практике достичь трудно. Нужен способ оценки степени согласованности при решении конкретной задачи.

Метод анализа иерархий дает возможность провести такую оценку.

Вместе с матрицей парных сравнений есть мера оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы тем, кто проводит решение задачи, необходимо их пересмотреть.

В таблице приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ) для случайных матриц суждений разного порядка.

В нашей задаче размерность матрицы n=5, тогда среднее значение индекса случайной согласованности СИ = 1,12.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «Выбор лучшего технического вуза» (Таблица 1.5.1).

*Таблица 1.5.1 – Матрица «Выбор лучшего технического вуза».*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Цель | К 1 | К 2 | К 3 | К 4 | К 5 | W2i |
| К 1 | 1 | 2 | 2 | 1/2 | 4 | 0.245 |
| К 2 | 1/2 | 1 | 2 | 1/5 | 2 | 0.135 |
| К 3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 1/8 | 2 | 0.093 |
| К 4 | 2 | 5 | 8 | 1 | 2 | 0.446 |
| К 5 | 1/4 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1 | 0.081 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1 = 1 + 1/2 + 1/2 + 2 + 1/4 = 4.25;

S2 = 2 + 1 + 1/2 + 5 + 1/2 = 9;

S3 = 2 + 2 + 1 + 8 + 1/2 = 13.5;

S4 = 1/2 + 1/5 + 1/8 + 1 + 1/2 = 2.325;

S5 = 4 + 2 + 2 + 2 +1 = 11.

Полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов, т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму суждений второго столбца - на вторую и т.д.

Р1 = S1 х W21 = 1.041;

Р2 = S2 х W22 = 1.215;

Р3 = S3 х W23 = 1.256;

Р4 = S4 х W24 = 1.037;

Р5 = S5 х W25 = 0.891.

Сумма чисел Рj отражает пропорциональность предпочтений, чем ближе эта величина к n (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения.

λmax = Р1 + Р2 + Р3 + Р4 + Р5 = 5.44.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС = (λmax - n)/(n - 1) = (5.222-5)/(5-1) = 0.11.

Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется отношением согласованности ОС.

ОС = ИС/СИ = 0.098.

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица «Выбор лучшего технического вуза» согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 1 – проходной балл (Таблица 1.5.2).

*Таблица 1.5.2 – Матрица сравнения по критерию 1.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К1 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | W3К1Y |
| А1 | 1 | 1/2 | 8 | 1/4 | 2 | 0.188 |
| А2 | 2 | 1 | 6 | 1/2 | 2 | 0.269 |
| А3 | 1/8 | 1/6 | 1 | 1/5 | 1/6 | 0.035 |
| А4 | 4 | 2 | 5 | 1 | 2 | 0.432 |
| А5 | 1/2 | 1/2 | 1/6 | 1/2 | 1 | 0.075 |

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1К1 = 1 + 2 + 1/8 + 4 + 1/2 = 7.625;

S2 К1 = 1/2 + 1 + 1/6 + 2 + 1/2 = 4.167;

S3 К1 = 8 + 6 + 1 + 5 + 1/6 = 20.167;

S4 К1 = 1/4 + 1/2 + 1/5 + 1 + 1/2 = 2.45;

S5 К1 = 2 + 2 + 1/6 + 2 + 1 = 7.167.

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

Р1 К1 = S1 х W3К11 = 1.487;

Р2 К1 = S2 х W3К12 = 1.163;

Р3 К1 = S3 х W3К13 = 0.807;

Р4 К1 = S1 х W3К14 = 1;

Р5 К1 = S1 х W3К15 = 0.559.

Найдена пропорциональность предпочтений.

λmax К1 = Р1К1 + Р2К1 + Р3К1 + Р4К1 + Р5К1 = 5.016.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС К1 = (λmax К1 - n)/(n - 1) = 0.004.

Найдено отношение согласованности ОС.

ОС К1 = ИС/СИ = 0.004.

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 1 (проходной балл) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 2 – количество бюджетных мест (Таблица 1.5.3).

*Таблица 1.5.3 – Матрица сравнения по критерию 2.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К2 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | W3К2Y |
| А1 | 1 | 5 | 1/6 | 1/5 | 1/5 | 0.074 |
| А2 | 1/5 | 1 | 1/8 | 1/5 | 1/4 | 0.038 |
| А3 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 0.415 |
| А4 | 5 | 5 | 1/2 | 1 | 1/2 | 0.209 |
| А5 | 5 | 4 | 1/2 | 2 | 1 | 0.264 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1К2 = 1 + 1/5 + 6 + 5 + 5 = 17.2;

S2 К2 = 5 + 1 + 8 + 5 + 4 = 23;

S3 К2 = 1/6 + 1/8 + 1 + 1/2 + 1/2 = 2.292;

S4 К2 = 1/5 + 1/5 + 2 + 1 + 2 = 5.4;

S5 К2 = 1/5 + 1/4 + 2 + 1/2 + 1 = 3.95.

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

Р1 К2 = S1 х W3 К21 = 1.273;

Р2 К2 = S2 х W3 К22 = 0.874;

Р3 К2 = S3 х W3 К23 = 0.951;

Р4 К2 = S4 х W3 К24 = 1.129;

Р5 К2 = S5 х W3 К25 = 1.043.

Найдена пропорциональность предпочтений.

λmax К2 = Р1К2 + Р2К2 + Р3К2 + Р4К2 + Р5К2 = 5.27.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС К2 = (λmax К2 - n)/(n - 1) = (5.27 – 5) / (5 – 1) = 0.067.

Найдено отношение согласованности ОС.

ОС К2 = ИС/СИ = 0.06.

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 2 (количество бюджетных мест) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 3 – стоимость обучения (Таблица 1.5.4).

*Таблица 1.5.4 – Матрица сравнения по критерию 3.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К3 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | W3К3Y |
| А1 | 1 | 1/8 | 4 | 4 | 1/4 | 0.107 |
| А2 | 8 | 1 | 9 | 8 | 4 | 0.578 |
| А3 | 1/4 | 1/9 | 1 | 1/2 | 1/5 | 0.038 |
| А4 | 1/4 | 1/8 | 2 | 1 | 1/4 | 0.053 |
| А5 | 4 | 1/4 | 5 | 4 | 1 | 0.224 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1К3 = 1 + 8 + 1/4 + 1/4 + 4 = 13.5;

S2 К3 = 1/8 + 1 + 1/9 + 1/8 + 1/4 = 1.611;

S3 К3 = 4 + 9 + 1 + 2 + 5 = 21;

S4 К3 = 4 + 8 + 1/2 + 1 + 4 = 17.5;

S5 К3 = 1/4 + 4 + 1/5 + 1/4 + 1 = 5.7.

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

Р1 К3 = S1 х W3 К31 = 1.444;

Р2 К3 = S2 х W3 К32 = 0.931;

Р3 К3 = S3 х W3 К33 = 0.798;

Р4 К3 = S4 х W3 К34 = 0.927;

Р5 К3 = S5 х W3 К35 = 1.277.

Найдем пропорциональность предпочтений.

λmax К3 = Р1К3 + Р2К3 + Р3К3 + Р4К3 + Р5К3 = 5.377.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС К3 = (λmax К3 - n)/(n - 1) = 0.094.

Найдено отношение согласованности ОС.

ОС К3 = ИС/СИ = 0.084.

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 3 (стоимость обучения) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 4 – рейтинг университета (Таблица 1.5.5).

*Таблица 1.5.5 – Матрица сравнения по критерию 4.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К4 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | W3К4Y |
| А1 | 1 | 4 | 8 | 1/2 | 1 | 0.261 |
| А2 | 1/4 | 1 | 4 | 1/3 | 1/3 | 0.097 |
| А3 | 1/8 | 1/4 | 1 | 1/8 | 1/8 | 0.033 |
| А4 | 2 | 3 | 8 | 1 | 1 | 0.326 |
| А5 | 1 | 3 | 8 | 1 | 1 | 0.283 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1К4 = 1 + 1/4 + 1/8 + 2 + 1 = 4.375;

S2К4 = 4 + 1 + 1/4 + 3 + 3 = 11.25;

S3К4 = 8 + 4 + 1 + 8 + 8 = 29;

S4К4 = 1/2 + 1/3 + 1/8 + 1 + 1 = 2.958;

S5К4 = 1 + 1/3 + 1/8 + 1 + 1 = 3.458.

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

Р1К4 = S1 х W3 К41 = 1.142;

Р2К4 = S2 х W3 К42 = 1.091;

Р3К4 = S3 х W3 К43 = 0.957;

Р4К4 = S4 х W3 К44 = 0.964;

Р5К4 = S5 х W3 К45 = 0.979.

Найдена пропорциональность предпочтений.

λmax К4 = Р1К4 + Р2К4 + Р3К4 + Р4К4 + Р5К4 = 5.133.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС К4 = (λmax К4 - n)/(n - 1) = 0.033.

Найдено отношение согласованности ОС.

ОС К4 = ИС/СИ = 0.029.

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 4 (рейтинг университета) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 5 – расстояние до общежития (Таблица 3.5.6).

*Таблица 3.5.6 – Матрица сравнения по критерию 5.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| К5 | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | W3К5Y |
| А1 | 1 | 5 | 8 | 9 | 2 | 0.47 |
| А2 | 1/5 | 1 | 4 | 5 | 1/3 | 0.134 |
| А3 | 1/8 | 1/4 | 1 | 2 | 1/8 | 0.048 |
| А4 | 1/9 | 1/5 | 1/2 | 1 | 1/8 | 0.034 |
| А5 | 1/2 | 3 | 8 | 8 | 1 | 0.314 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

S1К5 = 1 + 1/5 + 1/8 + 1/9 + 1/2 = 1.936;

S2К5 = 5 + 1 + 1/4 + 1/5 + 3 = 9.45;

S3К5 = 8 + 4 + 1 + 1/2 + 8 = 21.5;

S4К5 = 9 + 5 + 2 + 1 + 8 = 25;

S5К5 = 2 + 1/3 + 1/8 + 1/8 + 1 = 3.583.

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

Р1К5 = S1 х W3 К41 = 0.91;

Р2К5 = S2 х W3 К42 = 1.266;

Р3К5 = S3 х W3 К43 = 1.032;

Р4К5 = S1 х W3 К44 = 0.85;

Р5К5 = S1 х W3 К45 = 1.125.

Найдена пропорциональность предпочтений.

λmax К5 = Р1К5 + Р2К5 + Р3К5 + Р4К5 + Р5К5 = 5.183.

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

ИС К5 = (λmax К5 - n)/(n - 1) = 0.046.

Найдено отношение согласованности ОС.

ОС К5 = ИС/СИ = 0.041.

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 5 (расстояние до общежития) согласована.

## **1.6 Синтез альтернатив**

Векторы приоритетов и отношения согласованности определяются для всех матриц суждений, начиная со второго уровня.

Для определения приоритетов альтернатив локальные приоритеты умножены на приоритет соответствующего критерия на высшем уровне и найдены суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

W2i = (Y21=0.245; Y22=0.135; Y23=0.093; Y24=0.446; Y25=0.081);

W3К1Y = (Y311=0.195; Y312=0.279; Y313=0.04; Y314=0.408; Y315=0.078);

W3К2Y = (Y321=0.074; Y322=0.038; Y323=0.415; Y324=0.209; Y325=0.264);

W3К3Y = (Y331=0.107; Y332=0.578; Y333=0.038; Y334=0.053; Y335=0.224);

W3К4Y = (Y341=0.261; Y342=0.097; Y343=0.033; Y344=0.326; Y345=0.283);

W3К5Y = (Y351=0.47; Y352=0.134; Y353=0.048; Y354=0.034; Y355=0.314).

Приоритеты альтернатив получены следующим образом:

W1 = W21 х W3К11 + W22 х W3К21 + W23 х W3К31 + W24 х W3К41 + W25 х W3К51 = 0.222.

W2 = W21 х W3К12 + W22 х W3К22 + W23 х W3К32 + W24 х W3К42 + W25 х W3К52 = 0.181.

W3 = W21 х W3К13 + W22 х W3К23 + W23 х W3К33 + W24 х W3К43 + W25 х W3К53 = 0.088.

W4 = W21 х W3К14 + W22 х W3К24 + W23 х W3К34 + W24 х W3К44 + W25 х W3К54 = 0.281.

W5 = W21 х W3К15 + W22 х W3К25 + W23 х W3К35 + W24 х W3К45 + W25 х W3К55 = 0.227.

Таким образом, приоритеты альтернатив равны:

альтернатива А1 (МГТУ имени Н.Э. Баумана) - W1 приоритет равен = 0.222;

альтернатива А2 (ВШЭ)- W2 приоритет равен = 0.181;

альтернатива А3 (МАИ) - W3 приоритет равен = 0.088;

альтернатива А4 (НИЯУ МИФИ) – W4 приоритет равен = 0.281;

альтернатива А5 (МФТИ) - W5 приоритет равен = 0.227.

## **1.7 Вывод**

Самой оптимальной является та альтернатива, приоритет которой максимален. Такой альтернативой является А4.

## **1.8 Результаты работы программы**

Изображение выглядит как снимок экрана, черный

Автоматически созданное описание

**Рисунок 2 – Матрица парного сравнения критериев**

**Изображение выглядит как снимок экрана, текст, Шрифт

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 3 – Сгенерированная матрица для первого критерия**

**Изображение выглядит как снимок экрана, черный

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 4 – Сгенерированная матрица для второго критерия**

**Изображение выглядит как снимок экрана, текст, Шрифт

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 5 – Сгенерированная матрица для третьего критерия**

**Изображение выглядит как снимок экрана, текст, черный

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 6 – Сгенерированная матрица для четвёртого критерия**

**Изображение выглядит как снимок экрана, текст

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 7 – Сгенерированная матрица для пятого критерия**

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание**

**Рисунок 8 – Результат работы программы**

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе данной работы мной был изучен метод анализа иерархий, проведён его ручной расчёт для 5 критериев и 5 альтернатив. Преимуществом метода является гарантированное получение единственного оптимального решения, а недостатком является требование соблюдать согласованность матриц приоритетов, из-за чего необходимо проводить повторные расчёты в случае, если матрица не согласована.

**СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.

**ПРИЛОЖЕНИЯ**

Приложение А – Код реализации МАИ на языке Python.

**Приложение А**

Код реализации МАИ на языке Python.

Листинг А.1. Реализация МАИ.

import pandas as pd

import functools

NUM\_CRITERIA = 5 # Количество критериев для сравнения

NUM\_ALTERNATIVES = 5 # Количество альтернатив

СИ = 1.12 # среднее значение индекса случайной согласованности

def print\_table(data):

'''Функция для вывода таблицы'''

print(pd.DataFrame(data).to\_markdown())

def relative\_value(data, MATRIX\_SIZE=NUM\_CRITERIA):

'''Функция для определения относительной ценности элемента (геометрическое среднее)'''

return round(functools.reduce(lambda a, b: a \* b, data) \*\* (1 / MATRIX\_SIZE), 3)

def compare\_by\_criteria(data, index):

'''Функция для сравнения в пределах матрицы сравнения по критерию N'''

V = []

for i in range(NUM\_ALTERNATIVES):

val = relative\_value(data[i])

print(

f'Строка №{i + 1}\nVk{index}{i+1} = ({" \* ".join([str(i) for i in data[i]])}) ^ 1/{NUM\_ALTERNATIVES} = {val}')

V.append(val)

print(

f'Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑VK{index}Y.')

print(

f'∑VК{index}Y = VK{index}1 + VK{index}2 + VK{index}3 + VK{index}4 + VK{index}5 = {" + ".join([str(i) for i in V])} = {round(sum(V), 3)}.')

print(

f'Найдена важность приоритетов W3К{index}Y, для этого каждое из чисел VK{index}Y разделено на ∑VK{index}Y.')

Y = []

for i in range(NUM\_ALTERNATIVES):

Y.append(round(V[i] / sum(V), 3))

print(

f'Строка №{i + 1}\nW3K{index}{i + 1} = {V[i]} / ∑Vi = {V[i]} / {sum(V)} = {Y[i]};')

print('В результате получаем вектор приоритетов:')

print(f'W3K{index}Y = ({"; ".join([f"Y3{index}{i + 1} = {Y[i]}" for i in range(len(Y))])}), '

+ f'где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K{index}.')

return Y

def check\_matrix\_consistency(data, priority\_vector, index):

*Продолжение Листинга А.1.*

print(

f'Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К{index}')

print('Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений.')

counter = 1

S = []

for i in zip(\*data):

S.append(sum(i))

print(

f'S{counter}K{index} = {" + ".join([str(i) for i in list(i)])} = {sum(i)}')

counter += 1

print('Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.')

P = []

for i in range(len(S)):

P.append(round(S[i] \* priority\_vector[i], 3))

print(f'P{i + 1}K{index} = S{i + 1} \* W3K{index}{i + 1} = {P[i]}')

print('Найдена пропорциональность предпочтений.')

print(f'λmaxK{index} = Р1K{index} + Р2K{index} + Р3K{index} + Р4K{index} + Р5K{index} = {round(sum(P), 3)}')

print('Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.')

ИС = round((round(sum(P), 3) - 5) / (5 - 1), 3)

print(

f'ИСk{index} = (λmaxK{index} - n)/(n - 1) = ({round(sum(P), 3)}-5)/(5-1) = {ИС}.')

print('Найдено отношение согласованности ОС.')

print(f'ОСk{index} = ИС/СИ = {round(ИС / СИ, 3)}.')

def synthesis\_of\_alternatives(Y, full\_Y):

print(f'Векторы приоритетов и отношения согласованности определяются для всех матриц суждений, начиная со второго уровня.\n' +

f'Для определения приоритетов альтернатив локальные приоритеты умножены на приоритет соответствующего критерия' +

f'на высшем уровне и найдены суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.')

print(

f'W2i = ({"; ".join([f"Y2{i + 1} = {Y[i]}" for i in range(len(Y))])});')

for i in range(len(full\_Y)):

print(

f'W3K{i + 1}Y = ({"; ".join([f"Y3{i + 1}{j + 1} = {full\_Y[i][j]}" for j in range(len(full\_Y[i]))])});')

print('Приоритеты альтернатив получены следующим образом:')

winners = []

counter = 0

for v in zip(\*full\_Y):

curr\_str = str()

w = 0

counter += 1

curr\_str += f'W{counter} = '

for i in range(len(v)):

curr\_str += f'W2{i + 1} \* W3K{i + 1}{counter} + '

w += (v[i] \* Y[i])

w = round(w, 3)

print(curr\_str.rstrip(' + ') + ' = ' + str(w))

winners.append(w)

print('Таким образом, приоритеты альтернатив равны:')

for i in range (NUM\_ALTERNATIVES):

print(f'альтернатива А{i+1} - W{i + 1} приоритет равен {winners[i]}')

return winners

*Продолжение Листинга А.1.*

with open('TPR\_PRACT3.csv', encoding='utf-8') as file:

title = file.readline().rstrip() # Текущая матрица, которая будет считана

print(title.center(201))

criteria\_paired\_comparison\_matrix = [[float(i) for i in file.readline().rstrip(

).split(',')] for \_ in range(NUM\_CRITERIA)] # Матрица парного сравнения критериев

print\_table(criteria\_paired\_comparison\_matrix)

print('Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти геометрическое' +

' среднее и с этой целью перемножить n элементов каждой строки и из полученного' +

' результата извлечь корни n-й степени (размерность матрицы n=5).')

V = []

for i in range(NUM\_CRITERIA):

val = relative\_value(criteria\_paired\_comparison\_matrix[i])

print(

f'Строка №{i + 1}\nV{i + 1} = ({" \* ".join([str(i) for i in criteria\_paired\_comparison\_matrix[i]])}) ^ 1/{NUM\_CRITERIA} = {val}')

V.append(val)

print('Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент ∑Vi.')

print(

f'∑Vi = V1 + V2 + V3 + V4 + V5 = {" + ".join([str(i) for i in V])} = {round(sum(V),3)}')

print('Найдена важность приоритетов W2i, для этого каждое из чисел Vi разделено на ∑Vi.')

Y = [] # Вектор приоритетов W2i

for i in range(NUM\_CRITERIA):

Y.append(round(V[i] / sum(V), 3))

print(

f'Строка №{i + 1}\nW2{i + 1} = {V[i]} / ∑Vi = {Y[i]} = Y{2}{i + 1}')

print(f'В результате получен вектор приоритетов:\nW2i = ({"; ".join([f"Y2{i + 1} = {Y[i]}" for i in range(len(Y))])}), '

+ 'где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии.')

big\_data, full\_Y = [], []

for i in range(NUM\_CRITERIA):

title = file.readline().rstrip()

print(title.center(201))

data = [[float(i) for i in file.readline().rstrip().split(',')] for \_ in range(

NUM\_ALTERNATIVES)] # Матрица сравнения по i + 1-ому критерию

big\_data.append(data)

print\_table(data)

Yi = compare\_by\_criteria(data, i + 1)

full\_Y.append(Yi)

print('Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «Выбор лучшего технического вуза»')

print('Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.')

counter = 1

S = []

for i in zip(\*criteria\_paired\_comparison\_matrix):

S.append(sum(i))

print(

f'S{counter} = {" + ".join([str(i) for i in list(i)])} = {sum(i)}')

counter += 1

print(f'Полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов, ' +

f'т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму

*Продолжение Листинга А.1.*

суждений второго столбца - на вторую и т.д.')

P = []

for i in range(len(S)):

P.append(round(S[i] \* Y[i], 3))

print(f'P{i + 1} = S{i + 1} \* W2{i + 1} = {P[i]}')

print(f'Сумма чисел Рj отражает пропорциональность предпочтений, ' +

f'чем ближе эта величина к n (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения.')

print(f'λmax = Р1 + Р2 + Р3 + Р4 + Р5 = {round(sum(P), 3)}')

print('Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.')

ИС = round((round(sum(P), 3) - 5) / (5 - 1), 3)

print(f'ИС = (λmax - n)/(n - 1) = ({round(sum(P), 3)}-5)/(5-1) = {ИС}.')

print('Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется отношением согласованности ОС.')

print(f'ОС = ИС/СИ = {round(ИС / СИ, 3)}.')

for i in range(NUM\_CRITERIA):

print('\n')

check\_matrix\_consistency(big\_data[i], full\_Y[i], i + 1)

synthesis\_of\_alternatives(Y, full\_Y)